



## **Beobachtungsempfehlungen hinsichtlich elementarer pränumerischer und arithmetischer Grundlagen**

**Dr. Elke Focke  
Mathematisch-Lerntherapeutisches Institut**

MLI Düsseldorf  
Kurfürstenstr. 8  
40211 Düsseldorf

<i>Telefon</i>	(0211) 1710667
<i>Telefax</i>	(0211) 1710668
<i>Homepage</i>	<a href="http://www.rechenschwaechе.org">http://www.rechenschwaechе.org</a>
<i>E-Mail</i>	<a href="mailto:mli@rechenschwaechе.org">mli@rechenschwaechе.org</a>

# Inhalt

## 1 Einleitung

## 2 Pränumerische Grundlagen

### *2.1 Relationen*

### *2.2 Klassifikationen*

### *2.3 Mengenbegriff*

## 3 Zahlbegriff

### *3.1 Exkurs Buchstabenrechnen*

## 4 Schlussbemerkung

## 5 Literaturverzeichnis

# 1 Einleitung

Im Anfangsunterricht zeigen sich häufig Schwierigkeiten im Bereich elementarer mathematischer Grundeinsichten. Häufig fallen Kinder mit solchen Schwierigkeiten nur dadurch auf, dass sie mehr Zeit für die Bewältigung von Aufgabenstellungen benötigen. Häufig entsteht der Eindruck, diese Kinder seien einfach nur etwas langsamer, brauchten mehr Übung oder seien im mathematischen Bereich wohl etwas „weniger begabt“. Oftmals sind diese Phänomene jedoch Ausdruck mangelnden Verständnisses elementarer Abstraktionen sowie grundlegender Lücken bei der Mengen- und Zahlbegriffsbildung, die durch Zählstrategien kompensiert werden und dadurch längere Zeit unauffällig bleiben können.

Die Grundlagen für ein erfolgreiches Mathematiklernen werden im vorschulischen Bereich gebildet. Somit muss sichergestellt sein, dass Kinder bei Schuleintritt über die elementaren pränumerischen und arithmetischen Kenntnisse verfügen, um ein völliges Fehlverständnis mathematischer Zusammenhänge und ein darauf folgendes Scheitern im Mathematikunterricht zu vermeiden.

Weil sich später zu beobachtende Schwierigkeiten bei der Zahlbegriffsbildung häufig auf ein fehlendes Verständnis der pränumerischen und arithmetischen Grundlagen zurückführen lassen, richten sich diese Empfehlungen speziell an Erzieherinnen und Lehrpersonen an der Nahtstelle von Kindergarten und Schule, um genau an dieser Stelle eine gezielte Förderung, die auf die Behebung der Schwierigkeiten bei der Mengen- und Zahlbegriffsbildung abzielt, einleiten zu können. Diese Handreichungen präsentieren einen Auszug von Fehlerkategorien im Aufgabengebiet der Relationen, des Klassifizierens sowie des Mengen- und Zahlbegriffs, die auf ein zukünftiges Fehlverständnis hinweisen. Zum anderen geben diese Empfehlungen Aufschluss über die notwendigen Basiseinsichten, über die Kinder im Anfangsunterricht verfügen sollten, um dem Mathematikunterricht mit ausreichendem Verständnis folgen zu können.

Ziel dieser Empfehlungen kann es nicht sein, eine fundierte Diagnostikmöglichkeit im Hinblick auf mathematische Grundeinsichten bereitzustellen, weil eine abschließende Überprüfung weiterreichende Komponenten bezüglich des Entwicklungsstandes des Kindes mit einbeziehen muss. Lassen sich auf Grundlage dieser Beobachtungen Auffälligkeiten feststellen, bedarf es einer weiterführenden diagnostischen Untersuchung, um die Ursachen der Schwierigkeiten feststellen zu können und um eine der Lernausgangslage des Kindes angemessene Fördermaßnahme aufzustellen zu können. Da im Rahmen der flexiblen Schuleingangsphase Möglichkeiten individueller Förderungen gegeben sind, ist die Aufdeckung bestehender Schwierigkeiten im vorschulischen Bereich die elementare Voraussetzung für das Gelingen dieser Zielsetzung. Bei Kenntnis von Defiziten gibt es aufgrund der aktuellen Umstrukturierung der Schuleingangsphase Wege, den Kindern den erfolgreichen Schuleintritt zu ermöglichen und ihre Verständnisschwierigkeiten adäquat aufzuarbeiten. Die Grundlage dafür ist vor allem die Kenntnis ihrer individuellen Verständnislücken. Genau an diesem Punkt setzen die vorliegenden Beobachtungsempfehlungen an, um eine erste Richtschnur

aufzuzeigen, welche Basiskonntnisse für ein erfolgreiches Mathematiklernen unumgänglich sind.

Darüber hinaus ist für eine anschließende Entwicklung adäquater Präventions- und Frühförderkonzepte in der flexiblen Schuleingangsphase eine Befassung mit der mathematischen Sichtweise auffälliger Kinder nötig. Ausgangspunkt jeder Fördermaßnahme muss daher eine Auseinandersetzung mit der subjektiven Gedankenwelt der Kinder sein. „Ziel dabei ist nicht, das Kind mit einem Etikett zu versehen, sondern seine fehlerhaften Denkprozesse zu verstehen, sie nachvollziehen zu können“. (Lorenz 2003: 16) Eine inhaltliche Auseinandersetzung und Analyse der Denkweisen der Kinder ist für eine Überprüfung elementarer als das quantitative Feststellen ihrer Fehler, denn „wenn Lernschwierigkeiten in Mathematik untersucht werden sollen, müssen mathematische Konzepte und Denkweisen behandelt werden.“ (Gerster 2000: 237) Diese Herangehensweise, die auch Bestandteil jeder qualitativen Förderdiagnostik sein muss, gewinnt auch hinsichtlich der Beobachtungen im vorschulischen Bereich an Bedeutung, da die Rechenschwierigkeiten von Kindern, ebenso wie Rechenschwächen, sich hinsichtlich der arithmetischen Lücken stark voneinander unterscheiden. Um eine Vereinheitlichung der Problematik durch die Klassifizierung „Rechenschwierigkeiten“ oder „Rechenschwäche“ zu vermeiden, soll darauf hingewiesen werden, dass sich die Vorstellungswelten der Kinder mit Verständnisschwierigkeiten im mathematischen Bereich stark voneinander unterscheiden. Das Erkennen und Zuordnen dieser Denkprozesse wird dem Beobachter aber nur insofern gelingen, wie sie mit den falschen Lösungswegen der Kinder vertraut sind bzw. inwieweit sie typische Rechenmuster erkennen können. Notwendig ist deshalb eine detaillierte Kenntnis der möglichen Missverständnisse.

Die folgenden Empfehlungen können nur im begrenzten Maß leisten, typische Missverständnisse rechenschwacher Kinder aus dem Bereich der Relationen, des Klassifizierens sowie des Mengen- und Zahlbegriffs aufzuzeigen und entsprechenden Fehlerkategorien zuzuordnen. Aus diesem Grund soll erneut betont werden, dass es sich hierbei lediglich um Beobachtungen hinsichtlich der Basiskompetenzen handelt, ohne die Ursachen entsprechender Schwierigkeiten ermitteln zu können.

## 2 Pränumerische Grundlagen

Grundlagen aus dem Bereich der Pränumerik sind für eine richtige mathematische Vorstellung unabdingbar. Einigen rechenschwachen Kindern fehlen bereits diese pränumerischen Grundlagen, was einem verständigen Umgang mit mathematischen Lernanforderungen im Wege steht. Die häufigsten Defizite aus dem pränumerischen Bereich liegen im Aufgabengebiet der Relationen, des Klassifizierens und des Mengenbegriffs. Deshalb sollen im Folgenden exemplarisch einige Fehlermuster dieser Bereiche vorgestellt werden, um die mathematische Vorstellungswelt von Kindern mit Rechenschwierigkeiten nachvollziehbar zu machen.

## 2.1 Relationen

Die Probleme im Umgang mit Relationen werden als basale Teilleistungsstörungen eingestuft (vgl. Gaidoschik 2003: 23) und ziehen Schwierigkeiten für ein notwendiges mathematisches Verstehen nach sich. Ein Unverständnis hinsichtlich der Relationen wird deshalb verhängnisvoll, weil der Umgang mit Relationen bzw. das Verständnis von Relationsbegriffen im Mathematikunterricht vorausgesetzt wird. Die belangreichsten Relationen sind neben den räumlichen und zeitlichen Relationen, die Größenrelationen und die Relationen zum Körper. „Im Vorschulalter werden Orientierungen bei der Unterscheidung oben – unten, vorne – hinten und links – rechts verwendet.“ (Lorenz 2003: 54)

Auffällige Kinder verwechseln oft die Größenrelationsbegriffe als Bestimmung einer Beziehung zwischen zwei Dingen mit Eigenschaftswörtern. So fällt ihnen bei dem Satz „Das Glas ist größer.“ nicht der Widerspruch auf, dass es für die Bestimmung „größer“ einen zweiten Bezugspunkt braucht, damit eine Relationsaussage möglich ist. Diese Kinder erkennen in dem Wort „größer“ eine Eigenschaft des Glases. Neben den Problemen in der Relativität kann es Probleme hinsichtlich des Zusammenhangs von „größer“ und „kleiner“ geben, d. h. wenn etwas größer ist, ist gleichzeitig indiziert, dass es etwas „kleineres“ gibt.

Des Weiteren haben rechenschwache Kinder häufig Probleme mit den Relationen zum Körper. Bemerkbar werden die Probleme in der Unsicherheit der Bestimmung von „rechts“ und „links“. Die Schwierigkeiten resultieren aus der Unsicherheit in der Konstanz der Körperwahrnehmung und/oder der Konstanz des Verhältnisses zur Körperachse. Ebenfalls kann die Zuordnung zur Körperachse nicht immer gelingen, z. B. bei der Frage „Auf welcher Seite ist die Tafel?“. Eine weitere Schwierigkeit, die bei rechenschwachen Kindern häufig zu beobachten ist, besteht in dem Verständnis hinsichtlich der Variabilität des Verhältnisses zur Körperachse. Wenn z. B. die Tafel sich rechts von dem Kind befindet, was vorher festgehalten worden ist, und das Kind im Folgenden aufgefordert wird, sich umzudrehen und zu überlegen, ob die Tafel sich immer noch rechts von dem Kind befindet, kann es bei rechenschwachen Kindern oft zu Verwirrungen und deutlichen Unsicherheiten kommen.

## 2.2 Klassifikationen

Abstraktionsleistungen, Oberbegriffsbildung und Sortieren sind Fähigkeiten, die im Mathematikunterricht nicht thematisiert oder eingeführt, sondern von Anfang an vorausgesetzt werden. „Die Fähigkeit zur Klassifikation ist bedeutsam beim Umgang mit Mengen.“ (Ganser 2001: 56) Haben Kinder Probleme in diesen Bereichen, so sind sie darin begründet, dass die Kinder nicht in der Lage sind, diese Abstraktionsleistungen zu vollziehen, d. h. bei dem Zusammenfassen von Gegenständen nach einem Kriterium von den anderen Kriterien dieser Gegenstände zu abstrahieren. Sollen z. B. die so genannten „logischen Blöcke“ nach einem Kriterium (Farbe, Form, Größe) sortiert werden, ist es notwendig, die anderen Eigenschaften dabei unberücksichtigt zu lassen. So halten einige im mathematischen Grundlagenbereich auffällig gewordene Kinder es für falsch, alle „roten“ Formen zusammenzulegen, weil dann

Kreise und Dreiecke auch zusammengelegt werden. Dass beim Sortieren von bestimmten Eigenschaften abgesehen werden muss, ist den entsprechenden Kindern unklar.<sup>1</sup>

## 2.3 Mengenbegriff

Der Mengenbegriff schließt die Mengenkonzanz bei Variation der Anordnung (Invarianz), die Mengenkonzanz bei Größenveränderung (Repräsentanz) und die Mengenkonzanz bei kontinuierlichen Mengen ein. Eine entscheidende Voraussetzung in der Zahlbegriffsbildung ist das Herstellen von Zuordnungen als Grundlage für das Erkennen von Mächtigkeitsrelationen. Sind Probleme in einem dieser Bereiche vorhanden, ist demnach der Mengenbegriff nicht abgesichert, was die Grundlage für die Zahlbegriffsbildung, insbesondere des kardinalen Aspektes ist.

### *Stück-für-Stück-Zuordnung (1:1)*

Ein Kind sollte vor Schuleintritt in der Lage sein, zwei Mengen (bspw. Plättchen, Muscheln, Steckwürfel) mithilfe der 1:1-Zuordnung zuzuordnen und zu bestimmen, welche Menge größer bzw. kleiner ist oder ob sie gleich groß sind. Einige Kinder zählen oft beide Mengen getrennt durch und nennen dann ihr Zählergebnis, z. B. „10 und 10, also gleich“. Die Tatsache, dass in der Anordnung jedes Plättchen (Bsp.) einen „Partner“ hat, reicht bei den Kindern zur Beantwortung der Frage oft nicht aus. Weiterhin treten oft Schwierigkeiten bei Ungleichmächtigkeiten und dabei mit den Begriffen „mehr“ und „weniger“ auf. Dann wird die Frage „wie viel mehr“ (bei ungleicher Anordnung der Plättchen, z. B. 10:12) nicht verstanden als die Frage nach einem Verhältnis zwischen beiden Mengen, sondern als eine Eigenschaft einer Menge. So ist dann die Antwort „12 mehr“ und „10 weniger“. Diese Kinder sind nicht in der Lage, die Begriffe „mehr“ und „weniger“ im mathematischen oder objektiven Sinn unter dem rein quantitativen Gesichtspunkt zu gebrauchen. Der Begriff „Unterschied“ bereitet dann ebenfalls Probleme.

Eine weitere Schwierigkeit, die auch getrennt von den oben genannten Problemen der Ungleichmächtigkeiten existieren kann, besteht darin, dass vielen rechenschwachen Kindern nicht klar ist, dass wenn bei einem Mengenvergleich auf der einen Seite z. B. 2 Plättchen mehr sind, das automatisch bedeutet, dass auf der anderen Seite 2 Plättchen weniger liegen. Dass es sich um dieselbe Relation nur von verschiedenen Seiten aus betrachtet handelt, ist den Kindern oft unklar.

Probleme der Invarianz (der Abstraktion von der räumlichen Anordnung) sind bei einem Kind vorhanden, wenn z. B. das Verhältnis zweier durch die 1:1-Zuordnung hergestellten gleichen Mengen nicht mehr richtig bestimmt werden kann, sobald sich die räumliche Anordnung einer oder beider Mengen verändert hat. (Vgl. Kutzer 1990) Wird bspw. eine dieser Mengen auseinander geschoben, so dass diese räumlich betrachtet weiter auseinander liegt und ein Kind behauptet, diese gerade veränderte Menge wäre größer, hat das Kind nicht erkannt, dass das Verhältnis der beiden Mengen unverändert geblieben ist. Umgekehrt zeigen sich die Probleme,

---

<sup>1</sup> Weil Klassifikationen immer sprachlich vermittelt sind, fallen sprachliche Defizite hier zusätzlich ins Gewicht. (Vgl. Gaidoschik 2003: 24)

wenn bspw. eine Plättchenmenge zusammen geschoben wird und ein Kind sagt, diese Menge wäre jetzt kleiner. Diese Kinder haben Probleme mit der Abstraktionsleistung, von der bestimmten Anordnung einer Menge abzusehen. „Eine Menge oder eine Gruppe von Gegenständen ist nur vorstellbar, wenn ihr Gesamtwert unverändert bleibt, gleich welche Veränderungen in den Verhältnissen der Elemente eintreten mögen. Eine Zahl ist nur in dem Maße verständlich, wie sie mit sich selbst gleich bleibt, unabhängig von der Disposition der Einheiten, aus denen sie zusammengesetzt ist. Überall und immer setzt der Geist die Erhaltung von irgend etwas als notwendige Bedingung für jedes mathematische Verständnis voraus.“ (Piaget 1965: 15 f.)

Einige Hindernisse rechenschwacher Kinder liegen in der Mengenkonstanz bei Größenveränderungen (Repräsentanz). Wird z. B. eine Menge durch größere Plättchen repräsentiert als die zweite Menge, gibt es den Fehler, dass das Kind davon ausgeht, die voluminösere Menge wäre jetzt rein quantitativ betrachtet größer. (Vgl. Wehrmann 2003) Auch auf die Frage: „Was sind mehr Tiere? Zehn Ameisen oder zehn Elefanten?“ antworten Kinder, bei denen die Repräsentanz von Mengen nicht abgesichert ist, „zehn Elefanten“. „So verwenden einige Kinder den Begriff ‚mehr‘ nicht im quantitativen Sinn, sondern sie bezeichnen damit eine größere räumliche Ausdehnung, so dass zwei große Dinge mehr sind als drei kleine. Eine durchaus verständliche Begriffsbildung, die aber gegen diejenige der Mathematik steht.“<sup>2</sup> (Lorenz 2003: 48)

Repräsentative Fehler bei einer Rechenschwäche treten auch bei der Mengenkonstanz bei kontinuierlichen Mengen auf. „Piaget setzte bei seinen Versuchen Umschüttaufgaben ein. Dieses Vorgehen mag möglicherweise den Entwicklungsstand genauer beschreiben, ist aber schulisch kaum relevant.“ (Ganser 2001: 56) Liegen zwei als gleich groß bestimmte Mengen in zwei gleichen Behältnissen vor, z. B. Wasser (kontinuierlich) oder Reis (quasi-kontinuierlich), und wird eine dieser Menge in ein anderes sich von dem ersten Behältnis unterscheidbares umgefüllt, ist die Frage interessant, ob sich der vorher angestellte Mengenvergleich verändert hat. Rechenschwache Kinder gehen oft davon aus, obwohl sie parallel dazu behaupten, es wäre beim Umkippen nichts dazugekommen oder weggekommen. (Vgl. dazu auch Piaget u. a. 1965)

### 3 Zahlbegriff

Für ein zweckvolles Mathematikverständnis wird ein kardinales Zahlverständnis benötigt, was sich in der Kenntnis der Zahl und der Zahlbeziehungen zueinander ausdrückt. „Die entsprechenden Richtlinien fast aller Bundesländer gehen davon aus, daß Schulanfänger bereits bei Schuleintritt über ein grundlegendes Zahlverständnis und über sichere Zählfertigkeiten verfügen.“ (Wember 1996: 130) Rechenschwachen Kindern fehlt häufig ein Verständnis des kardinalen Zahlaspektes. Wie und woran dieses fehlende kardinale Zahlverständnis bemerkbar

---

<sup>2</sup> Dass es sich dabei um eine verständliche Begriffsbildung handelt, bezieht sich darauf, dass das Wort „mehr“ in der Tat auch eine andere Bedeutung zulässt. In der Mathematik hingegen ist die Bedeutung von „mehr“ ausschließlich unter dem quantitativen Aspekt zu verstehen.

wird, das im Zusammenhang mit dem Mengenbegriff als Anzahlverständnis bezeichnet wird (vgl. Gerster 2002), soll im Folgenden aufgezeigt werden.

Zählende Rechner besitzen häufig ein rein lineares Zahlverständnis, d. h. sie verbinden Zahlen mit einem bestimmten Rangplatz und nicht richtig mit einer bestimmten Anzahl von Dingen („Wie viel?“). (Vgl. Gaidoschik 2003) Dieses Fehlverständnis kann sich ganz unterschiedlich bemerkbar machen und vielfältige Ausprägungen haben. Es liegen z. B. 10 Steckwürfel auf einem Tisch und das Kind soll 5 Steckwürfel zeigen. Fängt das Kind an zu zählen und stoppt bei dem fünften Steckwürfel mit der Behauptung, dieser wäre 5, verwechselt das Kind 5 Steckwürfel mit dem fünften Steckwürfel. Augenfällig wird das gleiche Problem, wenn ein Kind nach der Gesamtanzahl der Steckwürfel gefragt wird, vorne anfängt zu zählen und richtig 10 als Ergebnis benennt, dann aber bei der Aufforderung an der andern Seite mit dem Zählen anzufangen, erneut alle 10 Steckwürfel durchzählen muss. Dem Kind fehlt das Bewusstsein, „mit dem Zählen eine gleich bleibende Anzahl ein für allemal ermittelt zu haben“ (Gaidoschik 2003: 30).

Auffällig ist auch die Situation, in der 5 Steckwürfel auf dem Tisch liegen und von dem Kind richtig als 5 Steckwürfel bestimmt worden sind, nach der Aufforderung 7 Steckwürfel zu legen, das Kind aber erst einmal alle bereits vorhandenen 5 Steckwürfel wieder weglegt und von vorne anfängt, 7 Steckwürfel zu legen. (Vgl. Gerster 2002: 259) Das Kind hat offensichtlich nicht verstanden, dass in 7 bereits 5 enthalten sind (Inklusion), da es die Zahlen rein ordinal oder linear betrachtet. Neben diesen drei Beispielen gibt es ähnliche Ausprägungen, die ein fehlendes Anzahlverständnis zum Ausdruck bringen. (Vgl. Gerster 2002) Häufig treten sie im Zusammenhang mit inadäquaten Zählstrategien mit den Fingern auf. Meistens ist eine falsche Zahlauffassung jedoch nicht so eindeutig feststellbar, weil der ausgeprägte ordinale Zahlaspekt vermischt wird mit vagen Vorstellungen des kardinalen Zahlaspektes. So ist den meisten rechenschwachen Kindern z. B. klar, dass 5 Bonbons mehr sind als 2 Bonbons und dass der Besitz von 5 Bonbons sich auch nicht auf nur 1 Bonbon bezieht. Stehen Reihenfolgeüberlegungen also bei den beschriebenen rechenschwachen Kindern im Vordergrund, heißt das umgekehrt nicht, dass Anzahlüberlegungen nicht vorkommen können. (Vgl. Gaidoschik 2003: 29) Worin sich ein falsches Denken konkret vor allem im Schulalltag äußern kann, soll im Folgenden an einigen Beispielen aus der praktischen Arbeit mit rechenschwachen Kindern beschrieben werden.

Typische Defizite hinsichtlich des Anzahlverständnisses fallen auf, wenn ein Kind Zahlen als ein Nacheinander begreift („3 kommt nach 2“) und nicht als ein „Mehr oder Weniger“ („3 ist einer mehr als 2“). „Hat das Kind ‚eins mehr als‘ und ‚eins weniger als‘ mit den Nachbarn einer Zahl in der Zahlreihe verknüpft? Kann es zwei benachbarten Zahlen eine Differenz (von ‚eins‘) zuordnen?“ (Gerster 2002: 257) Viele Kinder können nicht beantworten, welche Zahl einer mehr ist als z. B. die fünf, während eine Frage, „Welche Zahl kommt gleich nach der fünf“ keine Probleme bereitet. Die Zahlwortreihe ist präsent.

Ist das Zahlverständnis rechenschwacher Kinder auf die Reihenfolge beschränkt, bleiben den Kindern für das Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben nur zwei Möglichkeiten: entweder kennen sie die entsprechenden Aufgaben auswendig oder sie müssen die Aufgaben durch Rauf- und Runtergehen der Zahlreihe in Einerschritten (später auch in Zehner, Hunderterschritten etc.) lösen. (Vgl. Wehrmann 2003) Rechenschwache Kinder, die bei den

Zahlen und Zahlbeziehungen den Gedanken des „Wie viel?“ nicht verstanden haben, sind auf das Zählen angewiesen. Betrachten diese Kinder Zahlen nicht als ein „mehr“ oder „weniger“ stellt z. B. das Wissen,  $2+2=4$  keine Hilfe für die Aufgabe  $2+3$  dar. Sie erkennen den Zusammenhang beider Aufgaben, d. h. „Einer mehr wird addiert, also muss auch einer mehr herauskommen“, nicht, sondern behandeln die zweite Aufgabe als erneute Aufforderung zum Hochzählen. Hinweise ergeben sich anhand der Zählweisen: Wird z. B. die Aufgabe  $3+4$  gelöst, indem 1, 2, 3 und im Weiteren mithilfe der Finger 1, 2, 3, 4, gezählt wird, ist das Kind weder in der Lage, von 3 an weiterzuzählen noch den zweiten Summanden als Teilmenge zu addieren. Typische daraus resultierende Fehler sind Verzählfehler um 1. Beim Abzählen der Aufgabe  $3+4$  zählt das Kind von 3 vier weiter (3, 4, 5, 6) mit dem Ergebnis 6 oder bei Subtraktionsaufgaben wie z. B.  $9-3$  wird 9, 8, 7 gezählt. Viele rechenschwache Kinder haben als Folge ihrer Verzählfehler um 1 einen Umgang damit gefunden, der darin besteht, dass sie bei der nächsten Zahl mit dem Zählen beginnen. Also bei der Aufgabe  $3+4$  nicht bei der 3 mit dem Hochzählen beginnen, sondern bei der 4 und bei der Aufgabe  $9-3$  fangen sie bei der 8 an 3 herunterzuzählen. Analoge Vorstellungen lassen sich auch bei Würfelspielen und Abzählreimen entdecken: Rechenschwache Kinder „knüpfen an“, d. h. sie verzählen sich auch hier um 1.

Weil zählende Rechner aufgrund von mangelndem Wissen ihrer Bezugspersonen oft Unverständnis hinsichtlich ihrer Zählstrategien ernten, versuchen sie, das Zählen an den Fingern oder an Material zu vermeiden. Da sie aber ein mangelndes Zahlverständnis besitzen, können sie das Zählen nicht vermeiden, sondern es sich nur weiter erschweren, indem sie „im Kopf“ zählen. Damit ist ihr mathematisches Defizit nicht beseitigt, aber ihre umständlichen Zählstrategien weiter verkompliziert. Erkennen kann man „im Kopf-Zähler“ z. B. an ihrer Anspannung, am Schließen der Augen oder angestregten „Fensterblick“, am leichten Mitnicken des Kopfes oder Mitzucken von Fingermuskeln. (Gaidoschik 2003: 35)

### 3.1 Exkurs Buchstabenrechnen

Rechenschwache Kinder versuchen häufig – analog zum Alphabet – die Zahlwortreihe auswendig zu lernen. Das Vorwärtzzählen gelingt ihnen vor diesem Hintergrund noch relativ gut. Sie kennen also durchaus die Zahlwortreihe. Dass sie sich unter den aufgesagten Zahlen etwas völlig Falsches vorstellen, bleibt daher allerdings zunächst verborgen.

Die Probleme, die sich beim Rückwärtzzählen ergeben, sind vergleichbar mit denen, die auch Erwachsene haben, wenn sie das Alphabet rückwärts aufsagen sollen. Da ein logischer Zusammenhang nicht vorhanden ist, ist die Reihenfolge der Buchstaben, die von hinten nicht mehr auswendig gewusst ist, nur mühsam zu rekonstruieren. Wenn Kinder mit solch mangelhaften Zahlvorstellungen Additions- oder Subtraktionsaufgaben mit Zählstrategien zu lösen versuchen, ergeben sich analoge Problemen, die man veranschaulichen kann, indem man sie für uns in „Buchstabenaufgaben“ übersetzt. Sie werden merken, dass Sie sehr bald Ihre Finger zur Hilfe nehmen und/oder „Rückwärts-Aufgaben“ durch (zeit- und kraftraubendes) paralleles Bedenken von „Vorwärts-Aufgaben“ zu lösen versuchen.

### Aufgaben für rechenschwache Kinder

Von 16 Rückwärtszählen

$$5 + 3 =$$

$$7 - 5 =$$

$$3 + ( ) = 9$$

$$( ) - 8 = 2$$

### Aufgaben für Erwachsene

Von p das Alphabet rückwärts aufsagen

Zähle von E C weiter

Zähle von G E zurück

Wie viele Buchstaben sind es von C bis I?

Von wo muss ich losgehen, wenn ich H zurückgegangen bin und bei B lange

Verfestigte Zählstrategien, die auf diese Weise im Anfangsunterricht eingeübt werden und die in späteren Klassen beibehalten werden, kompensieren auf diese Weise (mühselig) einen nicht vorhandenen Zahlbegriff, ohne den wiederum Einsichten in den Aufbau des Zahlensystems nahezu unmöglich werden.

## 4 Schlussbemerkung

Die beschriebene Auswahl von Problemen aus dem Bereich der Relationen, elementarer Abstraktionsleistungen und des Mengen- und Zahlbegriffs sollen Erzieherinnen und Erziehern, Lehrerinnen und Lehrern praktische Beobachtungskriterien für auffällig gewordene Kinder im mathematischen Bereich im unmittelbaren **Vorschul- und Anfangsunterricht** geben. Ergebnis einer Analyse der mathematischen Gedankenwelt rechenschwacher Kinder kann nicht einfach das Urteil sein, die Kinder hätten falsch gerechnet. „Schülerfehler im Mathematikunterricht entstehen nur selten zufällig oder durch flüchtiges Verrechnen, ihnen liegt fast immer eine bestimmte Lösungsstrategie bzw. Rechenregel des Schülers zugrunde, die für den Schüler selber sinnvoll ist. Diese Fehlermuster wenden die Schüler bei gleichartigen Aufgaben durchweg systematisch und konsequent an.“ (Lorenz u. a. 1993: 59) So eignen sich die Kinder einige Rechenregeln an, die so genannten subjektiven Algorithmen. Diesen liegen sowohl eine eigene Logik also auch eigene Techniken und Strategien zugrunde, die oft sehr phantasievoll und trickreich, aber zur Bewältigung mathematischer Lernanforderung inadäquat sind. Voraussetzung für alle Präventions- und Förderkonzepte bei Rechenschwierigkeiten in der flexiblen Schuleingangsphase ist die Kenntnis der mathematischen Gedankenwelt der Kinder. „Die Fehleranalyse ist eine hilfreiche und praktikable Methode, die Lernschwierigkeiten einzelner Schüler beim Lösen von mathematischen Aufgaben zu erkennen. Schülerfehler und die ihnen zugrunde liegenden Strategien/Fehlermuster [...] bilden für die Lehrerin einen hilfreichen diagnostischen Informationshintergrund, um gezielt Förder- und Differenzierungsmaßnahmen einleiten zu können.“ (Lorenz u. a. 1993: 59) Deshalb wird eine ständig fortlaufende, individuelle und punktgenaue Differentialdiagnostik notwendig. Ohne das Wissen über die Denkweisen des zu fördernden Kindes muss die Förderung zwangsläufig misslingen, da die Problemlage des Kindes nicht der Ausgangspunkt war. Die Darstellung der Fehl-

kategorien sollte deshalb auch auf die Unverzichtbarkeit einer qualitativen förderdiagnostischen Untersuchung hinweisen.

„Es geht dabei eben nicht um eine bloße Inventarisierung des vorhandenen und fehlenden mathematischen Wissens, sondern um eine Diagnostik im Dienst des pädagogischen Prozesses. Die diagnostischen Hilfsmittel sollen dazu beitragen, Ansatzpunkte zu entdecken, die es der Lehrkraft gestatten, nicht nur eine Rechenschwäche festzustellen, sondern zugleich Hinweise zu erhalten, auf welche Weise speziell diesem Kind weitergeholfen werden kann. Das ist gemeint, wenn von Förderdiagnostik die Rede ist.“ (Klauer 2003: 349) Darüber hinaus muss betont werden, dass die obigen Ausführungen lediglich zur Schärfung des diagnostischen Blicks beitragen können und die Notwendigkeit der weiteren Befassung mit den Gedanken und Vorstellungen rechenschwacher Kinder herausstreichen sollen.<sup>3</sup> Neben diesen Aussagen soll anhand der Ausführungen deutlich gemacht worden sein, welche Lücken hinsichtlich der mathematischen Grundlagen bereits im Vorschul- und Anfangsunterricht auftreten können.

---

<sup>3</sup> Zur weiteren Analyse der Fehlerkategorien bzw. der subjektiven Algorithmen rechenschwacher Kinder vgl. Gerster (2002), Gaidoschik (2003a), Brühl (2003).

## 5 Literaturverzeichnis

- Brühl, Hans/Bussebaum, Christian/Hoffmann, W./Lukow, H.-J./Wehrmann, M. (2003):** *Rechenschwäche / Dyskalkulie. Symptome – Früherkennung – Förderung. Materialien und Texte zur Aus- und Weiterbildung.* Osnabrück.
- Gaidoschik, Michael (2003):** *Rechenschwäche – Dyskalkulie. Eine unterrichtspraktische Einführung für LehrerInnen und Eltern.* Wien.
- Ganser, Bernd (Red.) (2001):** *Rechenstörungen. Diagnose – Förderung – Materialien. Ein Fortbildungsmodell der Akademie für Lehrerfortbildung Dillingen.* 4. Auflage. Donauwörth.
- Gerster, Hans-Dieter/Schultz, Rita (2000):** *Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht. Bericht zum Forschungsprojekt Rechenschwäche – Erkennen, Beheben, Vorbeugen.* Freiburg im Breisgau.
- Gerster, Hans-Dieter/Schultz, Rita (2002):** *Zahlverständnis, Operationsverständnis, und von nicht-zählenden Rechenstrategien zur Automatisierung des Rechnens im Anfangsunterricht.* Freiburg im Breisgau.
- Klauer, Karl Josef (2003):** *Kommentar: Zur Diagnostik mathematischer Kompetenzen.* In: Fritz, Annemarie/Ricken, Gabi/Schmidt, Siegbert (Hrsg.): *Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Ein Handbuch.* Weinheim, Basel, Berlin.
- Lorenz, Jens Holger/Radatz, Hendrik (1993):** *Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht.* Hannover.
- Lorenz, Jens Holger (2003):** *Lernschwache Rechner fördern. Ursachen der Rechenschwäche. Frühhinweise auf Rechenschwäche. Diagnostisches Vorgehen.* Berlin.
- Piaget, Jean/Szeminska, Alina (1965):** *Die Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kinde.* Stuttgart.
- Kutzer, Reinhardt/Probst, Holger (1990):** *Mathematische Einsichten. Strukturbezogene Aufgaben zur Prüfung mathematischer Einsichten.*
- Wehrmann, Michael (2003):** *Qualitative Diagnostik von Rechenschwierigkeiten im Grundlagenbereich Arithmetik.* Berlin.
- Wember, Franz B. (1996):** *Anzahl und Ordnungszahl. Anschauer und Zähler – Über Streitfragen mit Tradition und Möglichkeiten einer kontextvaliden Lernstandsmessung im elementaren mathematischen Lernbereich.* S. 105-136. In: Eberle, Gerhard/Kornmann Reimer (Hrsg.): *Lernschwierigkeiten und Vermittlungsprobleme im Mathematikunterricht an Grund- und Sonderschulen. Möglichkeiten der Vermeidung und Überwindung.* Weinheim.